

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМ

**Сырбул Александра Александровна**

**Выпускная квалификационная работа бакалавра**

**Компьютерное моделирование гемодинамики в  
крупных кровеносных сосудах**

Направление 010300  
Фундаментальная информатика и информационные технологии

Научный руководитель,  
доктор физ.-мат. наук,  
профессор  
Андрианов С. Н.

Санкт-Петербург  
2016

# Оглавление

Введение.....	3
Постановка задачи.....	5
Обзор литературы.....	6
Глава 1. Теоретические аспекты моделирования гемодинамики. ....	7
1.1. Реологические свойства крови. ....	7
1.2. Основные показатели гемодинамики. ....	9
1.3. Математическая модель. ....	10
1.3.1. Иерархия математических моделей гемодинамики. ....	10
1.3.2. Ламинарное течение неньютоновской жидкости. ....	11
Глава 2. Разработка компьютерной модели. ....	14
2.1. Рабочая среда ANSYS Fluent. ....	14
2.2. Этапы имитационного моделирования в ANSYS.....	15
Выводы .....	31
Заключение .....	32
Список литературы .....	33
Приложение .....	35

## Введение

Заболевания системы кровообращения прочно занимают лидирующее место по случаям летальных исходов среди прочих заболеваний. По статистике до 60% от общего числа смертности приходится на заболевания сосудов мозга или сердечно-сосудистой системы[8]. Эта тенденция прослеживается не только в России, но и в других странах мира. Нередко медикаментозное лечение оказывается неэффективным и необходимо проводить реконструкционные операции. Важной проблемой в таких случаях является трудность оценки оптимального типа оперативного вмешательства и сложность точного прогнозирования результатов. Поэтому задачи моделирования движения крови имеют широкую область научного и практического применения.

Первые попытки описать функционирование кровеносной системы можно отнести к XVIII - XIX векам. Именно тогда появились первые работы таких ученых как Л.Эйлер, Д.Бернулли, Ж.Л. Пуазейль и К. Юнг, в которых были описаны попытки установить численные закономерности движения крови в различных сосудах. Впоследствии многие факторы, установленные в этих работах, стали основой для построения математических моделей движения крови. В настоящее время основные исследования в области биогидродинамики кровеносных сосудов посвящены изучению гемодинамики. Математическое и компьютерное моделирование, благодаря развитию технологий и накоплению опыта и знаний, представляет мощный инструмент для исследования и анализа процессов в этой области. Как правило, возможности прямого измерения ограничены, а математическая модель, построенная на основании доступных экспериментальных данных, позволяет оценить влияние различных факторов друг на друга и на работу системы в целом, обеспечивает подробную детализацию.

Тем не менее, задача построения обобщенной математической модели и численных методов ее исследования остается нерешенной, несмотря на большое количество очевидных успехов. Связано это с чрезвычайной сложностью рассматриваемой системы: необходимостью учета строения кровеносного русла, жесткости стенок различных сосудов, состава крови и прочих факторов, многие из которых до сих пор не формализованы даже на уровне физиологических описаний. Кровь представляет собой сложную суспензию, состоящую из форменных элементов, которые находятся во взвешенном состоянии в ее плазме[1].

В связи со сложностью прямого экспериментального исследования сосудов и течения крови в них возникает необходимость совершенствования методов компьютерного моделирования гемодинамики на основе гидродинамических технологий (CFD).

**Актуальность работы.** Реологические свойства крови зачастую характеризуют клинические проявления внутрисосудистых нарушений кровотока. К примеру, увеличение вязкости, вызываемое нарушением агрегационной способности эритроцитов, свойственно большинству сосудистых заболеваний. Поэтому гемореологические изменения можно рассматривать как индикатор недостаточности функций циркуляции в организме. При повышенном артериальном давлении вязкость крови увеличивается, что способствует ишемии мозга.

Исследование движения крови с учетом физических аспектов исследуемой области, таких как свойства неньютоновской жидкости и пульсации потока позволяет проводить расчеты биосистем, имеющих сложную геометрическую конфигурацию и нерегулярную физическую структуру. Имитационные модели способны существенно облегчить понимание процессов протекающих в кровеносной системе, оценивать влияние изменения гемодинамических параметров на систему в целом. Подобные исследования необходимы для улучшения качества медицины, прогнозирования более эффективных методов медикаментозного и оперативного лечения.

Дипломная работа состоит из двух глав. В первой главе даны основные понятия и законы гемодинамики, рассмотрен используемый математический аппарат и численный метод, во второй – дан обзор технологий и этапов построения имитационной модели, описаны полученные результаты и проведена их верификация.

## Постановка задачи

Целью выпускной квалификационной работы является моделирование, визуализация и исследование поведения потока крови с учетом комплексного воздействия разнообразных факторов на характеристики рассматриваемой системы.

Для достижения данной цели требуется осуществить следующие задачи:

- Определить основные гемодинамические параметры.
- Рассмотреть иерархию существующих на данный момент математических моделей гемодинамики.
- Проанализировать ламинарное течение неньютоновской жидкости.
- Исследовать возможности программной инженерии в области гемодинамики.
- Продемонстрировать разработку имитационной модели в программной среде ANSYS и исследовать полученные результаты.

## Обзор литературы

При написании выпускной квалификационной работы были использованы научная и учебно-методическая литература, статьи периодических изданий и интернет-ресурсы.

Работы [6], [8], [9], [10], а так же [15] и [19] являлись основными источниками исследуемых в медицинской области теоретических аспектов.

Работы [1], [2] раскрывают биофизическую сущность организации и функционирования биологических объектов, как на уровнях отдельных органов, так и всего организма в целом. Много внимания уделено методам моделирования биологических процессов.

Одна из центральных формул гемодинамики, а именно формула Пуазейля, достаточно подробно рассматривается в [3].

Понятие и характеристики метода конечных объемов в полной мере отражены в работе [5].

Статья [13] описывает поведение, характеристики и особенности ньютоновской и неньютоновской жидкостей.

Так же при исследованиях использовались работы [7], [11], [12], [14], [18].

Следует отметить полноту руководств [4], [16], [17] о программной среде ANSYS и ее модуле ANSYS Fluent.

# Глава 1. Теоретические аспекты моделирования гемодинамики.

## 1.1. Реологические свойства крови.

Гемодинамические показатели протока крови определяются биофизическими параметрами, например, структурными особенностями сосудов (радиус, эластичность), характеристиками деятельности сердца (ударный объем крови), свойствами самой крови (вязкость).

**Реология** (от греч. "rheos" – поток, течение, "logos" - учение) – это наука, занимающаяся исследованием деформации и текучести вещества. Гемореология – реология крови, которая занимается изучением биофизических особенностей и механических закономерностей крови, изменениями свойств крови на различных участках при циркуляции на различных скоростях, а так же свойств самой крови[1].

**Режимы течения крови.** Характер кровотока разделяют на ламинарный и турбулентный. Ламинарное течение – это слоистое стационарное течение жидкости, без завихрений и смешивания слоев жидкости. Слои скользят относительно друг друга (рис.1.1.а). Турбулентное течение – вихревое течение, образованное хаотичным изменением скорости движения частиц и их траектории. Такое течение сопровождается появлением шума и его можно наблюдать на высоких скоростях (рис.1.1.б). Пульсационный поток крови у здорового человека является почти ламинарным. Турбулентное течение можно наблюдать только в аорте. Но часто заболевания приводят к нарушению ламинарности и возникновению турбулентности[10].

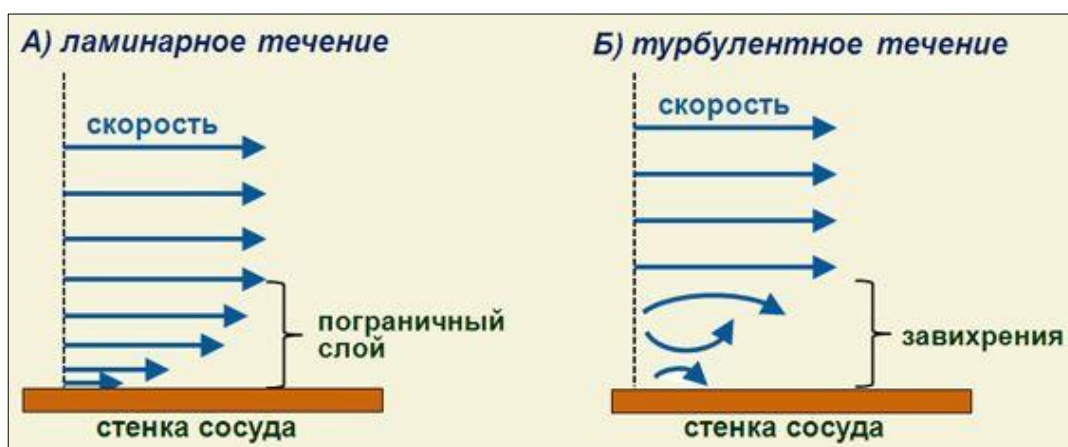


Рис.1.1. Профили скоростей при течении вязкой жидкости по сосуду.

Режим течения жидкости зависит от свойств жидкости, размера сосуда, скорости течения. **Число Рейнольдса (Re)** – безразмерная величина, которая

определяет характер течения жидкости и определяется следующим соотношением:

$$Re = \frac{pvD}{\eta},$$

где  $\eta$  – вязкость;  $p$  – плотность жидкости;  $v$  – средняя скорость движения жидкости;  $D$  – диаметр сосуда.

Для каждого режима течения существует критическое число Рейнольдса ( $Re_{кр}$ ), определяющее переход течения от ламинарного к турбулентному. Для крови  $Re_{кр} = 1000$ . Если вычисленное опытным путем  $Re$  меньше  $Re_{кр}$ , то течение характеризуют как ламинарное. Если  $Re = Re_{кр}$  наблюдается переходный режим. Если  $Re$  больше  $Re_{кр}$  – турбулентное течение[15].

**Вязкость.** Внутреннее трение, возникающее вследствие теплового движение и взаимного притяжения молекул при течении жидкостей, называется вязкостью и характеризуется уравнением Ньютона:

$$F = \eta \frac{dv}{dx} S,$$

где  $F$  – сила внутреннего трения;  $\eta$  – коэффициент вязкости;  $dv/dx$  – градиент скорости (рис.2), который показывает изменение скорости  $v$  при изменении на единицу расстояния в направлении  $x$  при переходе между слоями, другими словами – скорость сдвига;  $S$  – площадь соприкасающихся слоев.



Рис.1.2. Течение вязкой жидкости между пластинами.

По вязким свойствам жидкости делят на два вида: ньютоновские и неньютоновские[13]. **Ньютоновская жидкость** – вязкая жидкость, течение которой подчиняется закону вязкого трения и сила вязкости линейно зависима от градиента скорости. Коэффициент вязкости жидкости зависит только от ее природы и температуры. **Неньютоновской жидкостью** называют жидкость, при течении которой коэффициент вязкости зависит не только от природы вещества и температуры, но и от градиента скорости. Кровь, как суспензия эритроцитов в физиологическом растворе, в отличие от плазмы крови, представляет собой неньютоновскую жидкость. Ее вязкость уменьшается с увеличением градиента скорости течения крови (рис.1.3).



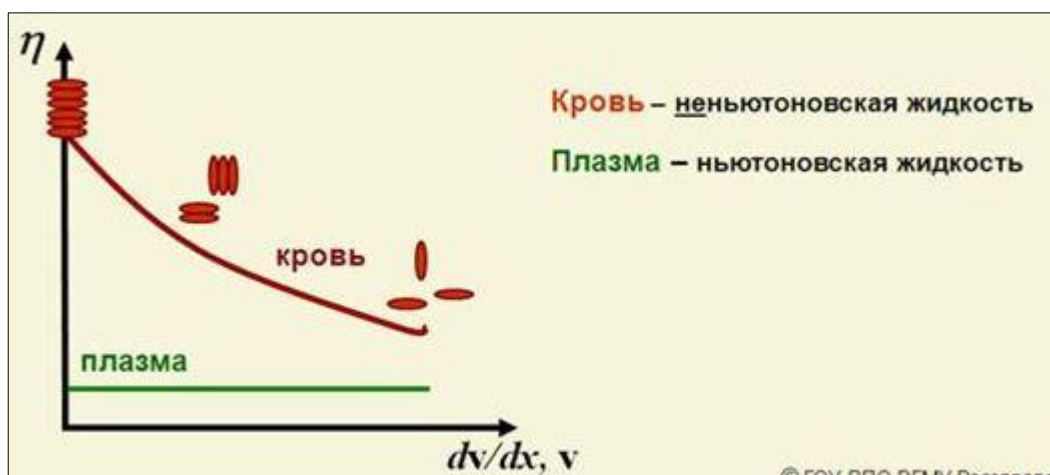


Рис.3. Зависимости вязкости крови и ее плазмы от градиента скорости.

В норме вязкость, характерная для гемодинамики в крупных сосудах  $\eta_{кр} = (4,2 - 6) \cdot \eta_e$ , вязкость плазмы  $\eta_{пл} = 1,2 \cdot \eta_e$ . Вязкость воды  $\eta_e = 0,01$  (Пуаз). Единица измерения вязкости – Пуазейль. 1 Пуаз = 0,1 Па·с.

По результатам исследования реологических характеристик крови и факторов, влияющих на нее, можно сделать вывод, что для оценки реологических свойств крови, прежде всего, имеет значение ее агрегационное состояние.

## 1.2. Основные показатели гемодинамики.

**Гемодинамика** — это движение крови по сосудам, которое возникает вследствие разности гидростатического давления в различных участках кровеносной системы (кровь движется из области высокого давления в область низкого). О гемодинамике можно судить по минутному току крови. Зависит от сопротивления току крови стенок сосудов и давления самой крови. [8].

**Основной закон гемодинамики** гласит о том, что количество крови, которая протекает через поперечное сечение сосуда в единицу времени, прямо пропорционально разности давления в начале и в конце сосуда и обратно пропорционально его сопротивлению [19]. То есть

$$Q = \frac{(P_1 - P_2)}{R},$$

где  $Q$  – **объемная скорость кровотока**;  $(P_1 - P_2)$  – разность давлений в начале и в конце сосуда;  $R$  – сопротивление току крови. Так как в полных венах давление близко к нулю, уравнение можно записать как

$$Q = \frac{P}{R},$$

где  $Q$  – минимальный объем кровотока;  $P$  – давление в аорте;  $R$  – сопротивление в кровеносном сосуде. Так как кровеносная система замкнута,

через любое ее поперечное сечение за единицу времени проходит один и тот же объем крови. То есть

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = \text{const} \quad (1)$$

Уравнение (1) называется уравнением непрерывности движения крови[9].

Другой важный показатель гемодинамики – **линейная скорость кровотока**( $V$ ), характеризующая путь, проходимый частицей крови в единицу времени:

$$V = \frac{Q}{\pi r^2},$$

где  $\pi$  – число Пи (3.14);  $r$  – радиус поперечного сечения отдела кровеносной системы;  $Q$  – объемная скорость.

Третий гемодинамический показатель – **сопротивление сосудистой среды**( $R$ ). Жидкость испытывает сопротивление вследствие вязкости, вихревых движений и трения о стенки сосуда. Определяется по формуле Пуазейля[3]:

$$R = \frac{8L\eta}{\pi r^4},$$

где  $L$  – длина сосуда;  $\eta$  – вязкость;  $\pi$  – число Пи (3.14);  $r$  – радиус сосуда. Основное сопротивление сосудистой системы сосредоточено в области разветвления артериальных стволов на мельчайшие сосуды. По мере удаления от аорты общее сопротивление увеличивается.

**Кровяное давление** ( $P$ )– четвертый и самый важный показатель гемодинамики, так как его легко измерить. Для этого существует два метода : прямой(кровеный) и косвенный(бескровный). При прямом измерении в сосуд вводится игла или катетер, при косвенном – звуковой метод Короткова (пережатие сосудов конечности манжетой). Давление является основной движущей силой течения крови. Определяется количеством крови( $Q$ ), которое нагнетает сердце и сопротивлением( $R$ ) в системе:

$$P = QR.$$

### 1.3. Математическая модель.

Под математическим моделированием понимают описание реальных физических, биологических, технологических и других процессов в виде уравнений и неравенств. Это необходимо для использования математических методов анализа и синтеза различных процессов.

#### 1.3.1. Иерархия математических моделей гемодинамики.

Среди существующих математических моделей гемодинамики прослеживается следующая иерархия:

1. **Одномерные модели.** Предполагают осреднение гемодинамических параметров по поперечному сечению потока крови. Подобные модели используются при исследовании волновых процессов кровеносной системы. Главным образом, течение в кровеносном сосуде направлено вдоль его оси, следовательно, допущение об одномерности течения возможно. Движение крови описывается гиперболической системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, которые выражают законы сохранения импульса и массы. При моделировании отдельно взятого сосуда появляются проблемы с постановкой граничных условий. Один из возможных вариантов решения проблемы – рассмотрение задачи для кровеносной системы в целом, используя на каждом из участков одномерной модели характерные для него параметры[6].
2. **Многомерные модели.** Вводятся трехмерные нестационарные уравнения для вязкой неньютоновской жидкости и уравнения динамики эластичных стенок сосудов. Облегчает задачу наблюдаемость ламинарного режима течения практически во всех отделах системы кровообращения. Такие модели не используются для описания кровеносной системы в целом, так как предъявляют высокие требования к вычислительным ресурсам. Эффективны при моделировании локальных зон[6].
3. **Дискретные модели.** Подобные модели не имеют пространственного разрешения и называются 0-мерными. Представляют собой систему ОДУ для которой решается задача Коши, вследствие чего определяются временные зависимости гемодинамических параметров на характерных участках системы, осредненных по пространству. Используется для описания кровеносной системы в целом, имеющей разбиение на характерные участки с переменными параметрами (расход крови, давление и т.д.) [11].
4. **Многомаштабные модели.** Сочетание моделей различной размерности. Решает проблему постановки граничных условий[12].

### 1.3.2. Ламинарное течение неньютоновской жидкости.

Движение несжимаемой жидкости можно описать уравнениями сохранения количества массы и движения, что может быть записано как:

$$\bar{\nabla} * \bar{v} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{v} * \nabla \bar{v} = -\frac{1}{\rho} \bar{\nabla} p + \bar{\nabla} \tilde{\tau}, \quad (2)$$

где  $\bar{v}$  - вектор скорости;  $p$  – давление;  $\tilde{\tau}$  – девиатор напряжений (тензор напряжений с равным нулю первым инвариантом);  $\rho$  - плотность;

$$\bar{\nabla} = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y}.$$

Для связи неньютоновского напряжения и градиента скорости принимается степенная модель ньютоновской жидкости в качестве реологического уравнения:

$$\tilde{\tau} = \eta \hat{\gamma}, \quad (3)$$

где  $\hat{\gamma}$  - тензор скорости деформации ( $\hat{\gamma} = \bar{\nabla} \bar{v} + \bar{\nabla} \bar{v}^T$ );  $\eta$  – эффективная неньютоновская вязкость.

Практически для всех физиологических жидкостей характерно неньютоновское поведение. Их вязкость представляет собой функцию, зависящую от скорости сдвига

$$\eta = \eta(\hat{\gamma}) = K \hat{\gamma}^{-1},$$

а обобщенное число Re определяется как

$$Re = \frac{\rho U^{2-n} (2a)^n}{K},$$

где  $U$  – характерная скорость (определяется как средняя скорость);  $a$  – половина ширины канала во входном сечении;  $n$  и  $K$  – показатель и консистенция неньютоновского характера для степенной модели.

В процессе исследования предполагаем поток ламинарным, неньютоновским, несжимаемым. Стенки сосудов считаются твердыми, причем на них выполняется условие прилипания жидкости.

Соотношение (3) совместно с уравнениями (1) и (2) решается с использованием метода конечных объемов (МКО) [5]. Область течения жидкости покрывается сеткой конечных объемов, где для каждой неизвестной переменной, которая определяется в центре конечного объема, строится свой конечный объем. В данном исследовании сетка конечных объемов имеет прямоугольную форму. Для разных неизвестных переменных строится отдельная сетка конечных объемов, разнесенных по пространству, и такая сетка называется разнесенной. Использование разнесенной сетки конечных объемов позволяет получить устойчивые решения для поля давления.

Уравнения сохранения массы, количества движения и конструктивное соотношение можно записать в форме:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Lambda u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Lambda v \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = S_\varphi, \quad (4)$$

где в качестве  $\Lambda$  принимается плотность  $\rho$  или время релаксации  $\lambda$  для конструктивного соотношения или закона сохранения;  $\varphi$  – одна из зависимых переменных;  $\Gamma$  – коэффициент диффузии;  $S_\varphi$  - источниковый член.

Проинтегрировав (4) по конечному объему получаем следующее уравнение:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial x} \left( \Lambda u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \int_V \left( \Lambda u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = \int_V S_\varphi dV .$$

Из формулы Остроградского-Гаусса следует, что

$$\int_A \frac{\partial}{\partial x} \left( \Lambda u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) * \bar{n} dA + \int_A \left( \Lambda u \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) * \bar{n} dA = \int_V S_\varphi dV , \quad (5)$$

где  $A$  – поверхность, ограничивающая объем  $V$ ;  $\bar{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности. При и уравнение (5)

$$\begin{aligned} & \left\{ [(\Lambda u \varphi A)_e - (\Lambda u \varphi A)_w] - \left[ \Gamma_e A_e \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w A_w \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_w \right] \right\} \\ & + \left\{ [(\Lambda u \varphi A)_n - (\Lambda u \varphi A)_s] - \left[ \Gamma_n A_n \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_n - \Gamma_s A_s \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_s \right] \right\} \\ & = S_\varphi \Delta V , \end{aligned}$$

где каждое выражение в скобках вычисляется на соответствующей поверхности конечного объема. Для обеспечения независимости от выбранного шага конечной разностной сетки и контроля сходимости результатов проводят расчеты на сгущающихся сетках.

## **Глава 2. Разработка компьютерной модели.**

Грамотный специалист на сегодняшний день должен хорошо ориентироваться в компьютерной сфере и владеть необходимыми программными средствами. В современной инженерии необходимы знания систем автоматического проектирования (CAD), автоматического инженерного анализа (CAE), автоматического производства (CAM). Для компьютерного моделирования объектов сложной формы широко используются такие системы CAD/CAM как AutoCAD, DUCT, Pro/Engineer, Unigraphics и SolidWorks. Однако эти пакеты специализированы только под численное моделирование и не обладают достаточно развитыми средствами в области инженерного анализа. В то время как CAE-системы (I-DEAS, COSMOS, NASTRAN, ANSYS) сочетают в себе качественное моделирование систем физической природы и эффективное исследование откликов этих систем на внешние воздействия. Использование подобных программ позволяет сократить цикл разработки, повысить качество продукции.

Один из самых распространенных комплексов инженерного анализа – программа ANSYS, которая использует метод конечных элементов. Данный программный комплекс обладает независимостью от аппаратных средств, многоцелевой направленностью, полной совместимостью с CAD/CAM/CAE системами ведущих производителей, геометрическое моделирование основано на базе технологии NURB (B-сплайны). Бесплатная лицензия для студентов дает много возможностей для выполнения научно-исследовательских работ.

### **2.1. Рабочая среда ANSYS Fluent.**

ANSYS FLUENT[16] - программный модуль, обладающий обширным функционалом в области вычислительной динамики жидкостей и газов, позволяющим углубить процесс разработки и повышения эффективности любых изделий, имеет широкий спектр возможностей моделирования с учетом турбулентности, теплообмена, химических реакций.

Данный модуль полностью интегрирован в рабочую среду ANSYS Workbench - платформу, объединяющую весь набор средств инженерного моделирования компании ANSYS. В рамках платформы ANSYS Workbench можно получить доступ к общим для всех расчетов инструментам, таким как инструменты для работы с геометрией ANSYS DesignModeler и с сеткой ANSYS Meshing. Модуль ANSYS CFD-Post может быть использован для сравнения результатов и выполнения заключительного анализа данных.

## 2.2. Этапы имитационного моделирования в ANSYS.

**Pre-Analysis.** Рассмотрим процесс моделирования потока крови в бифуркационных сосудах (сосуд, имеющий разветвление). На данном этапе необходимо рассмотреть управляющие уравнения, которые необходимо решить в этой задаче и граничные условия [13]. При учете сложностей, таких как поток пульсирующей неньютоновской жидкости, управляющими уравнениями являются **уравнение Навье-Стокса**:

$$\rho \left( \frac{dv}{dt} + v * \nabla v \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + f,$$

где  $\rho$  – плотность;  $v = (v^1, v^2, \dots, v^n)$  – векторное поле скоростей;  $t$  – время;  $p$  – давление;  $\eta$  – коэффициент вязкости;  $f$  – векторное поле массовых сил, и **уравнение непрерывности**:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla * (\rho v) = 0$$

Однако, так как кровь можно рассматривать как несжимаемую жидкость, скорость изменения плотности крови равна нулю и уравнение непрерывности можно упростить:

$$\nabla * v = 0$$

В уравнении Навье-Стокса стоит учитывать, что коэффициент вязкости не является постоянной величиной, а зависит от скорости сдвига. Кровь становится менее вязкой по мере увеличения скорости сдвига (разжижения при сдвиге). Здесь мы моделируем вязкость крови с использованием жидкостей модели Карро. Математическая формулировка модели Карро выглядит следующим образом:

$$\eta_{eff}(\gamma) = \eta_{inf} + (\eta_0 - \eta_{inf})(1 + (\lambda\gamma)^2)^{\frac{n-1}{2}},$$

где  $\eta_{eff}$  – эффективная вязкость;  $\eta_0 = 0.056$  (кг/м\*с),  $\eta_{inf} = 0.0035$  (кг/м\*с),  $\lambda = 3.313$  (с) и  $n = 0.3568$  –материальные коэффициенты с соответствующими значениями для крови.

**Граничные условия.** Самым простым граничным условием являются стенки артерии, которые с физической точки зрения задают скорость стенки равной нулю. Следующим граничным условием является вход сосуда: поток крови имеет циклический и пульсирующий характер и невозможно установить постоянную скорость на входе, поэтому используется изменяющийся временной периодический профиль. Профиль пульсирующего течения каждого периода считается комбинацией двух фаз (рис.2.1). Скорость на входе приобретает синусоидальную форму во время систолической фазы. Пиковая скорость равна 0.5 м/с, минимальная скорость – 0.1 м/с. Также

условия налагаются на выходы сосуда. Среднее давление здорового человека берется из расчета двух фаз : систолического давления (120мм ртутного столба) и диастолического (80мм ртутного столба). То есть статическое давление на выходах равно 100 мм ртутного столба ( $\approx 13332$  Па).

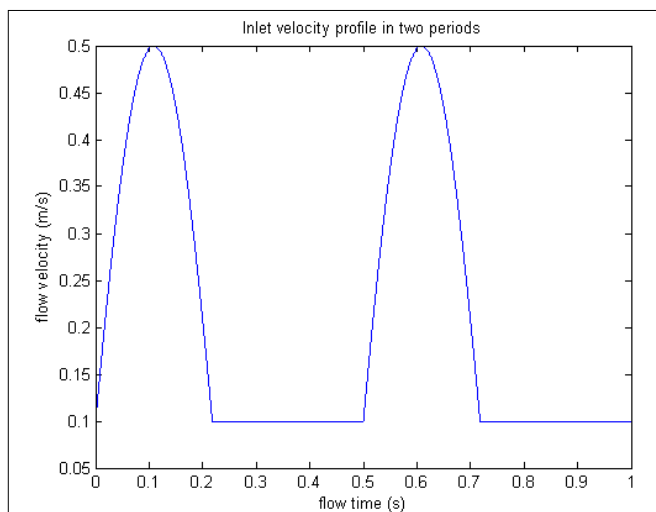


Рис.2.1. Комбинация входной скорости двух фаз.

**Шаг 1.** Запуск программной платформы ANSYS Workbench. В левой панели инструментов “Analysis System” необходимо выбрать анализ “Fluid Flow(Fluent)” и перетащить в рабочую область “Project Schematic”. В результате появляется модуль, представленный в виде структурной схемы. Каждому этапу анализа соответствует раздел, содержащий объекты расчетной модели (рис. 2.1):

1. "Fluid Flow (Fluent)" - the name of the system;
2. "Geometry" - the creation of geometry in ANSYS DesignModeler;
3. "Mesh" - the creation of the mesh model in ANSYS Meshing;
4. "Setup" - preprocessing in Fluent-Pre;
5. "Solution" - solver ANSYS Fluent-Solver Manager;
6. "Result" - post-processing in ANSYS CFD-Post.

**Шаг 2.** Создание геометрической модели. Для создания новой геометрической модели нужно дважды нажать левой кнопкой мыши «Geometry» в структурной схеме модуля “Fluid Flow” (Fluent) и откроется программа для работы с геометрией ANSYS DesignModeler (рис.2.2). Графический интерфейс программы состоит из окон с графиком модели 3D «Graphics», со схемой модели «Tree Outline», с детальным обзором функций «Details View», и с разнообразными панелями инструментов. Аналогична организация графического интерфейса других программ, которых мы будем использовать в дальнейшем.



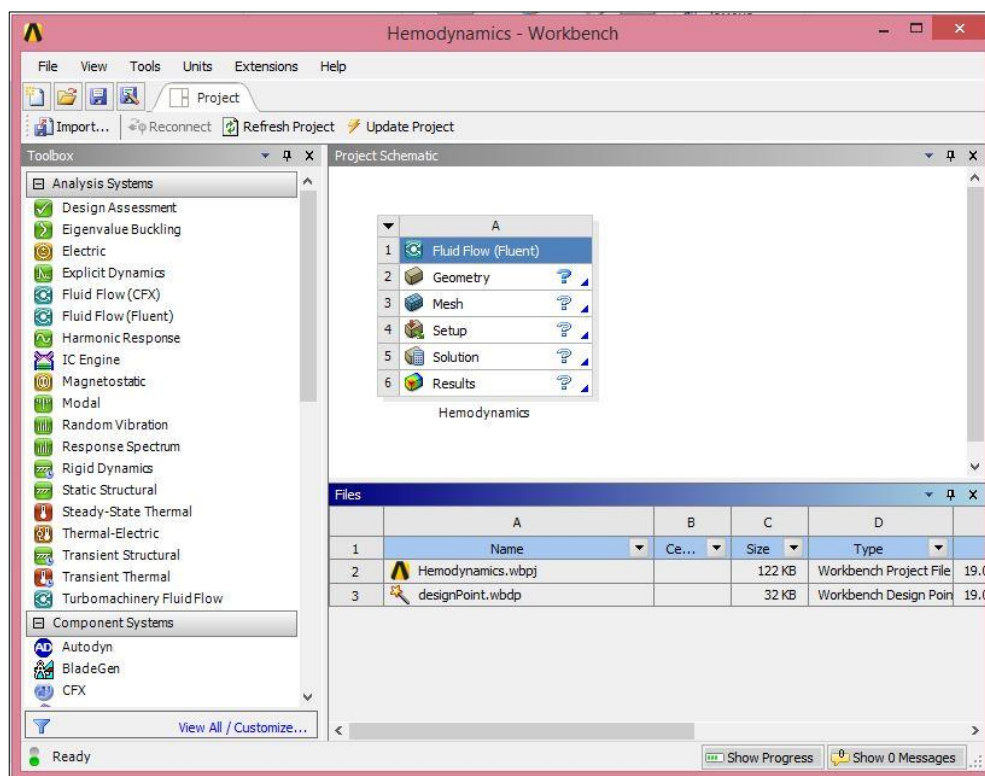


Рис. 2.2. Структурная схема системы анализа “Fluid Flow(Fluent)”.

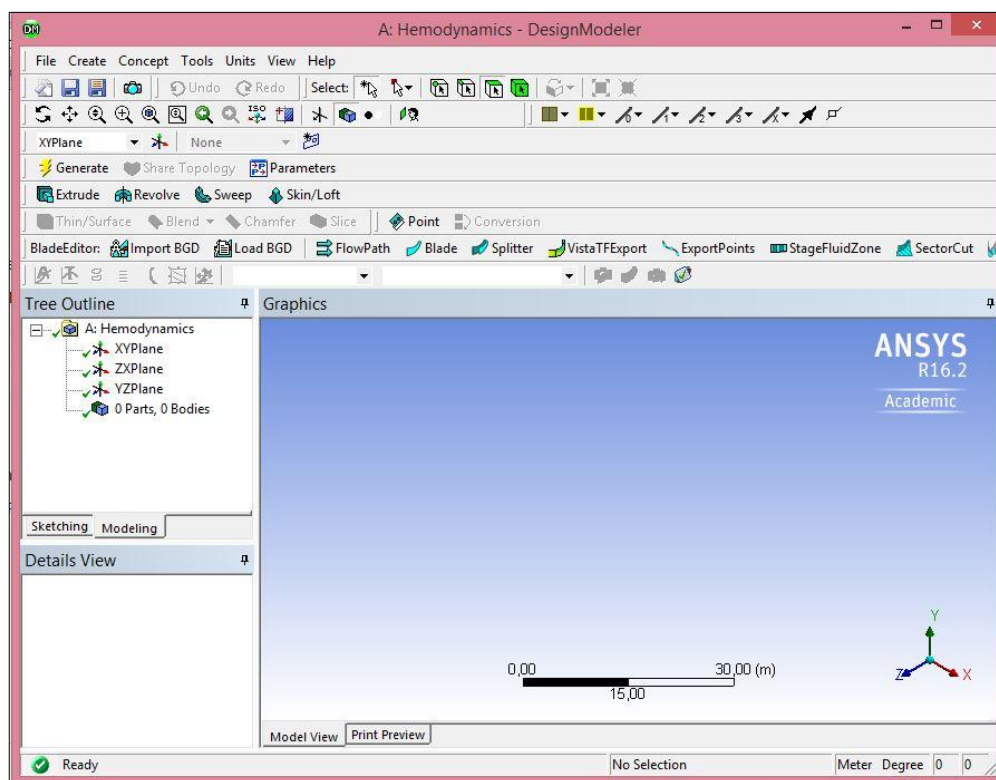


Рис. 2.3. ANSYS DesignModeler. Схематический вид начального проекта.

Следует отметить, что возможен импорт уже созданных ранее моделей, либо геометрическое моделирование производится самостоятельно, с помощью элементов “Sketching Toolboxes” (рис.2.4).

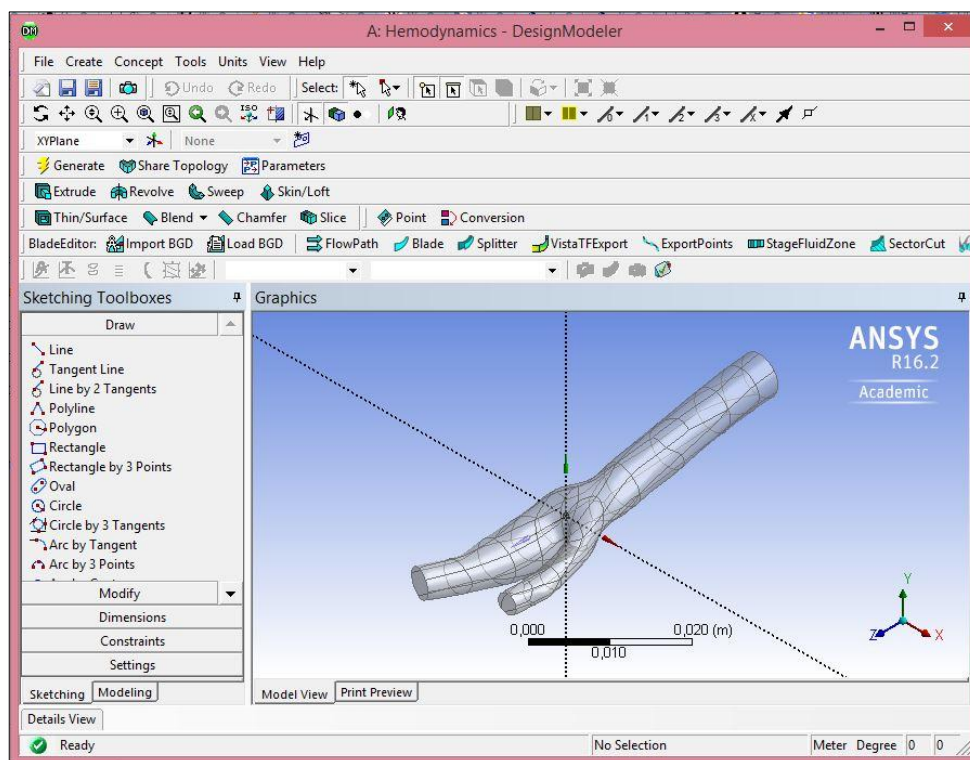


Рис.2.4. Построение геометрической модели.

**Шаг 3.** Создание сеточной модели. Для упрощения геометрии необходимо создать виртуальную топологию (рис.2.5), ввести имена выбора участков (рис.2.6), ввести ограничения для автоматической сетки (body sizing, inflation mesh) (рис.2.7).

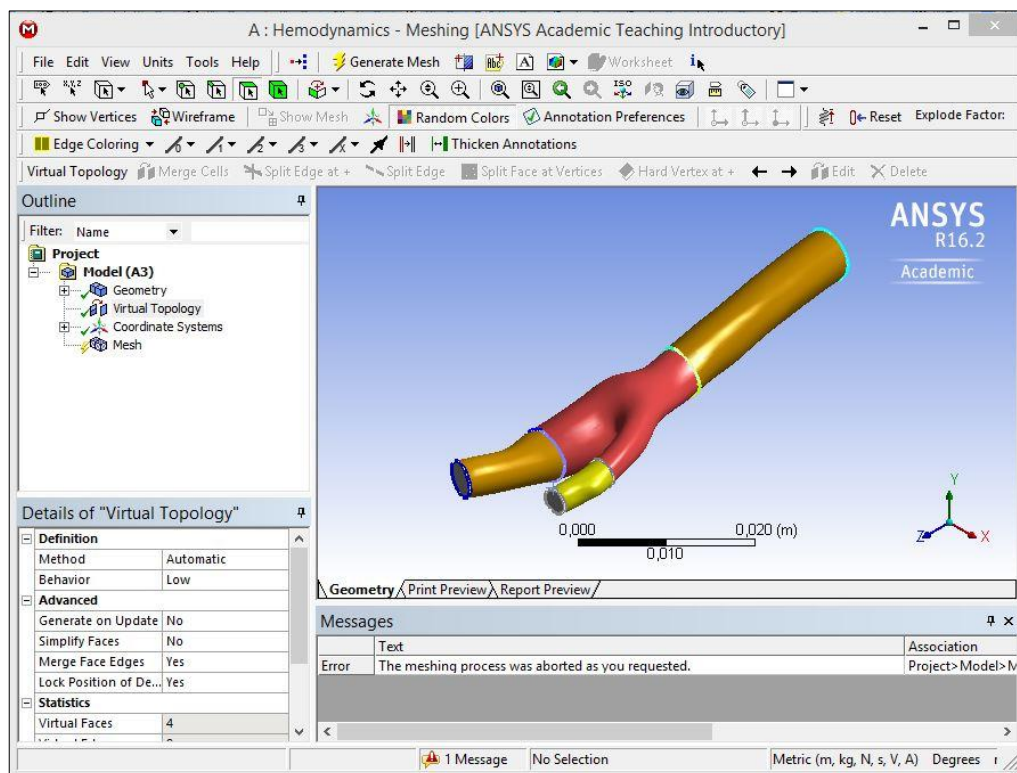


Рис.2.5. Создание виртуальной топологии модели.

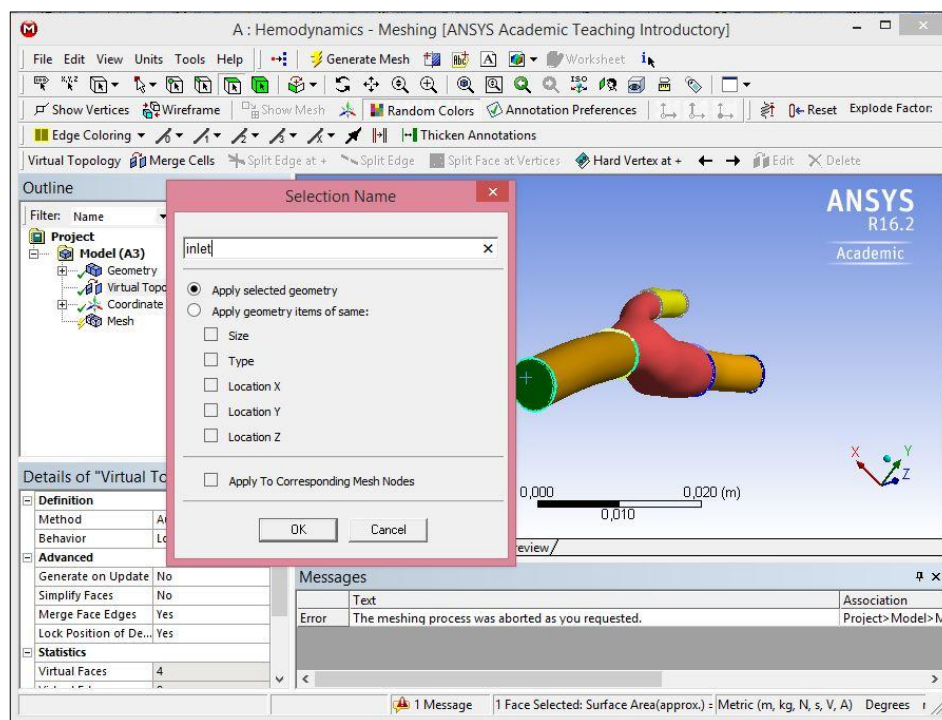


Рис. 2.6. Имена выбора участков.

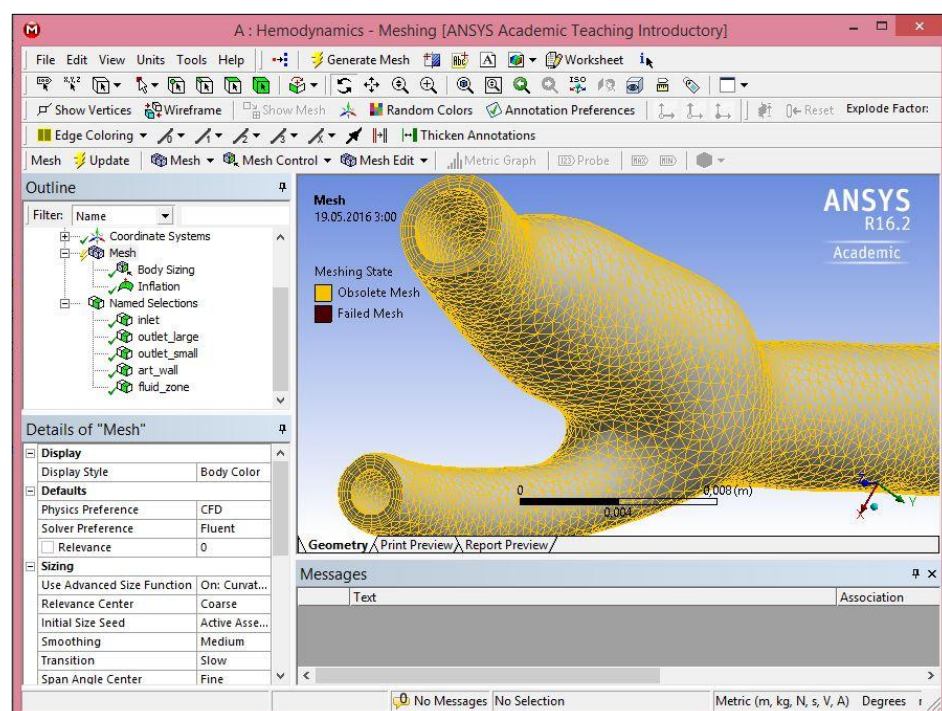


Рис.2.7. Предварительное построение сетки с учетом ограничений.

Ограничения **body sizing** и **inflation mesh** позволяют исправить неравномерное распределение плотностей участков. Для этого устанавливаются минимальный размер ячейки ( $1e-3$ ) и максимальная толщина ( $6e-4$ ). В результате, после проведения всех операций, генерируем объемную сетку расчетной области (рис.2.8).



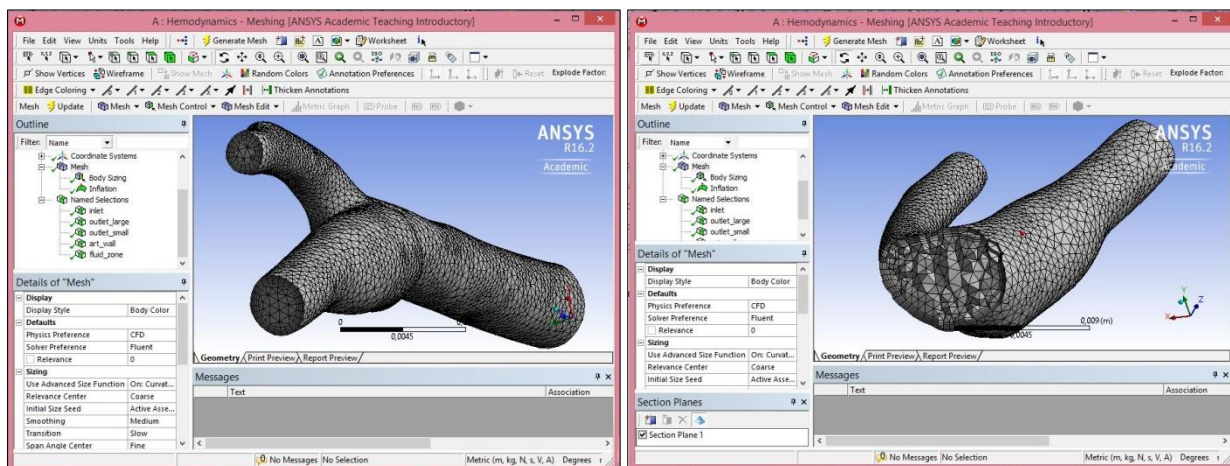


Рис.2.8. Объемная сетка.

Шаг 4. Предобработка. ANSYS Fluent реализует процесс определения физики задачи. Физический препроцессор импортирует сетку, созданную на предыдущем шаге. Это следующий шаг постановки задачи, на котором определяются физические модели, на основе которых будет происходить симуляция процесса, а также их основные параметры и характеристики. Чтобы открыть программу, следует выбрать «Setup» в структурной схеме модуля Fluid Flow (Fluent). Главным моментом в определении физики задачи является выбор типа анализа «Analysis Type» в окне «Outline». Мы решаем задачу нестационарную, поэтому выбираем тип анализа «Transient» (рис.2.9).

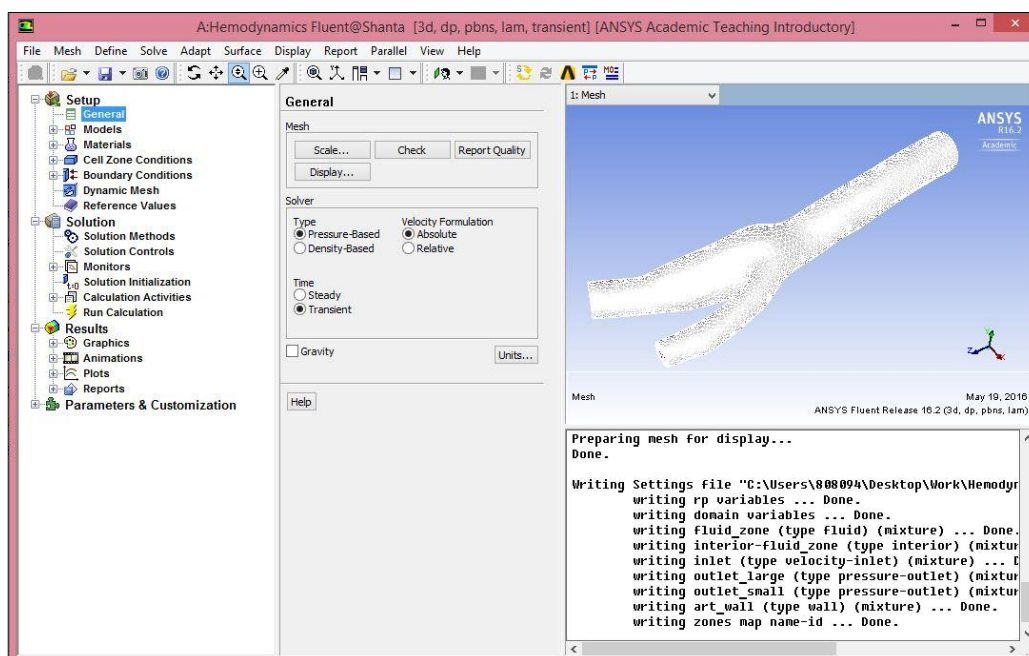


Рис.2.9. Физический процессор ANSYS FLUENT.

Во вкладке Materials необходимо создать новый вид жидкости “blood” (рис.2.10), имеющий заданные параметры (Табл.1.) (вязкость определяется моделью Карро):

Коэффициенты:	Значения
Infinite Shear Viscosity (kg/m-s)	0.0035
Power-Law Index n	0.3568
Time Constant, lambda (s)	3.313
Zero Shear Viscosity (kg/m-s)	0.056

Табл.1. Параметры крови.

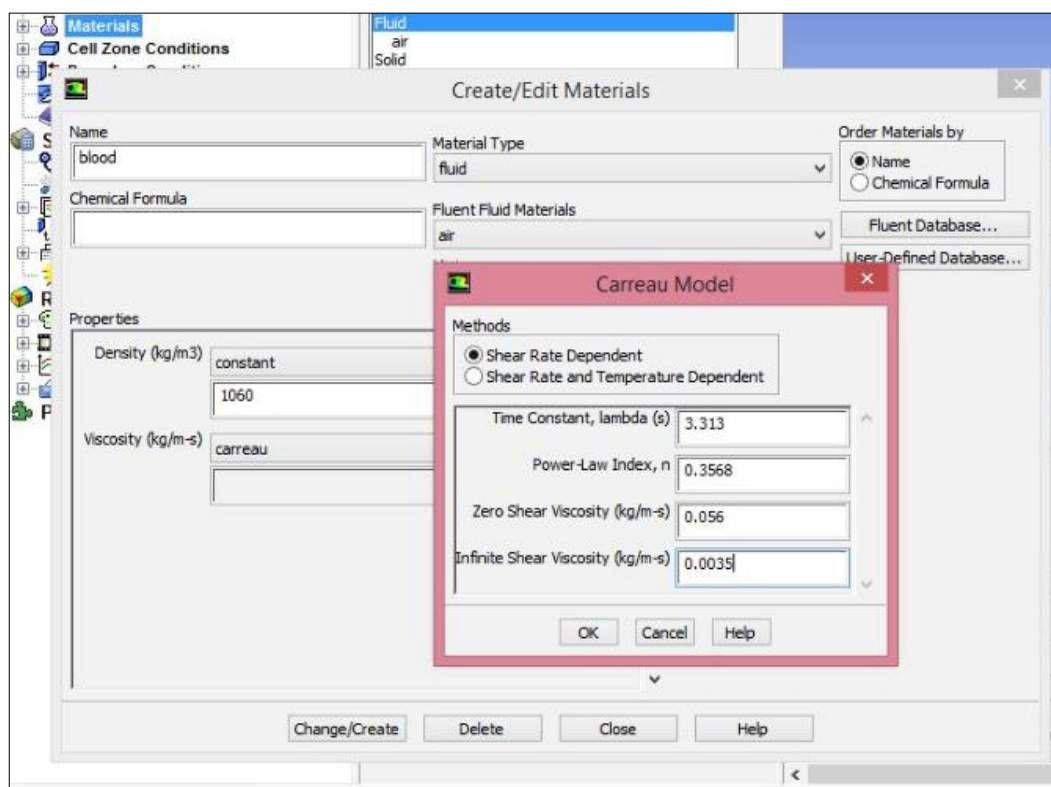


Рис.2.10. Создание нового вида жидкости “blood”.

Граничные условия на входе задаются импортированным файлом «udf.c» (см. приложение А), на выходе – давление, имеющее гауссовское распределение в 13332 (Па) (рис.2.11). Для отслеживания движения частиц нужно ввести “injections”, которые являются установкой для создания траектории частиц далее. Для примера берутся два набора координат (x, y, z): injection-0 (0.001183, 0.006242, -0.0318313) и injection-1 (0.002728, 0.003848, -0.0428313).

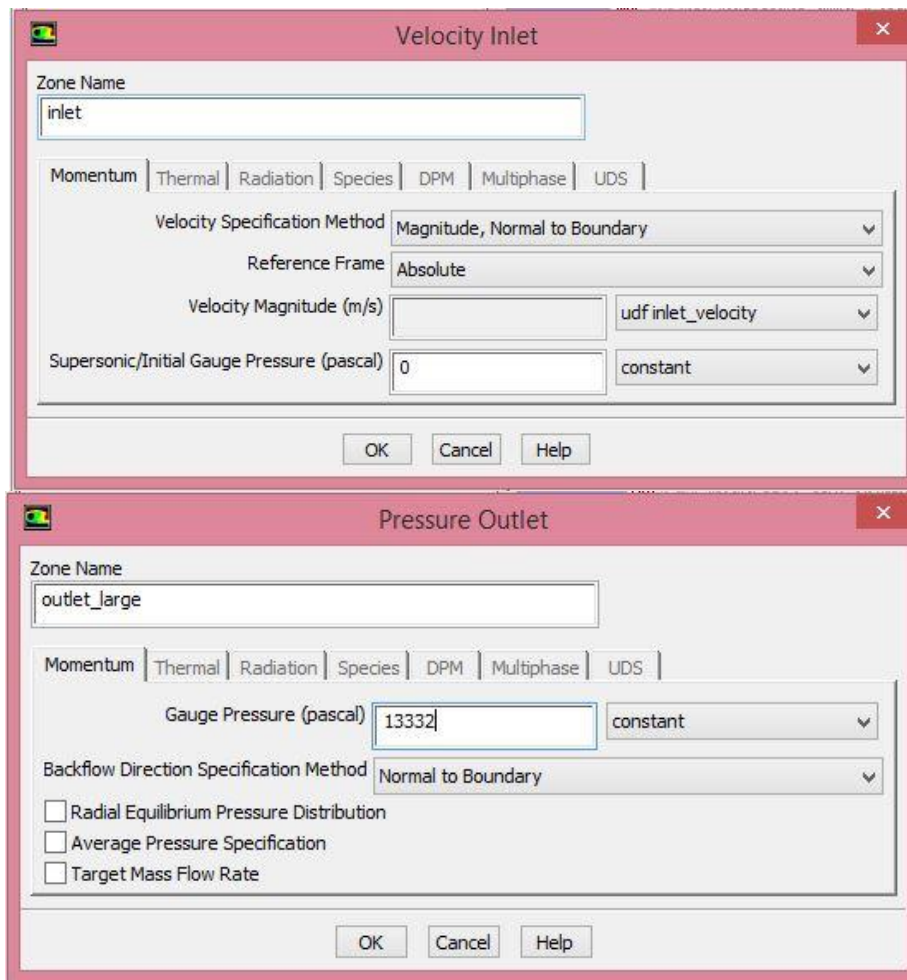


Рис.2.11. Задание граничных условий.

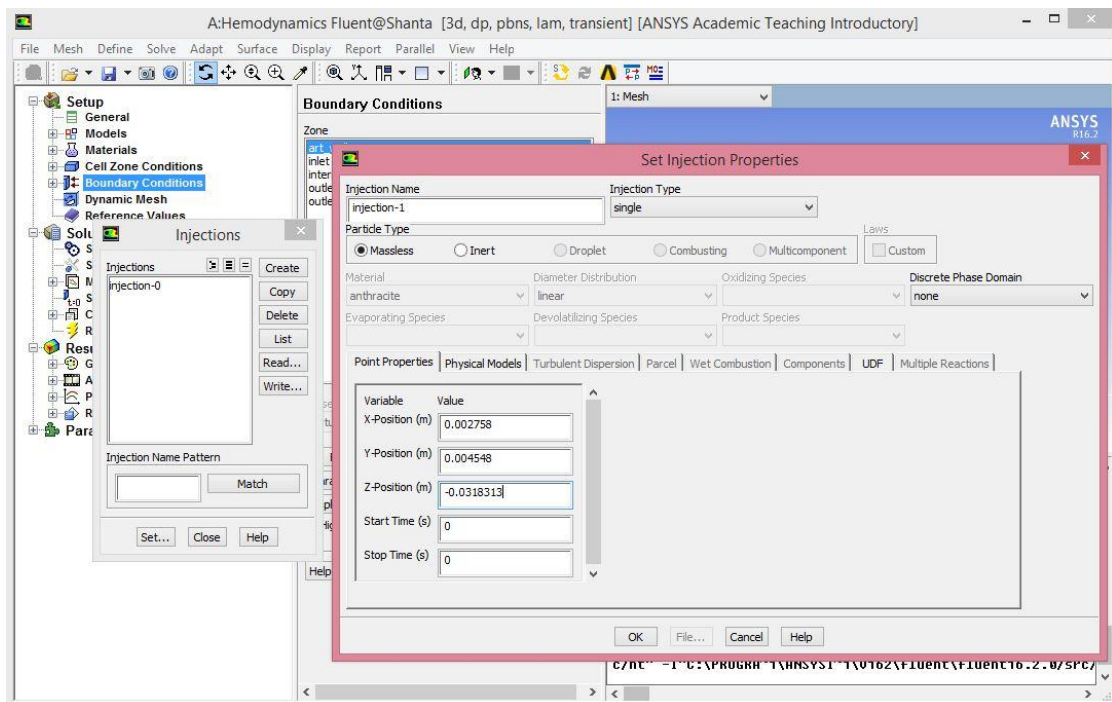


Рис.2.12. Определение параметров “injections”.

Соппротивление вычисляется путем давления на стенку и интегрирования сдвига. Для расчета коэффициента сопротивления необходимо указать справочные значения. Причем изменения затронут лишь Area, Density, Velocity, остальные параметры роли не играют.

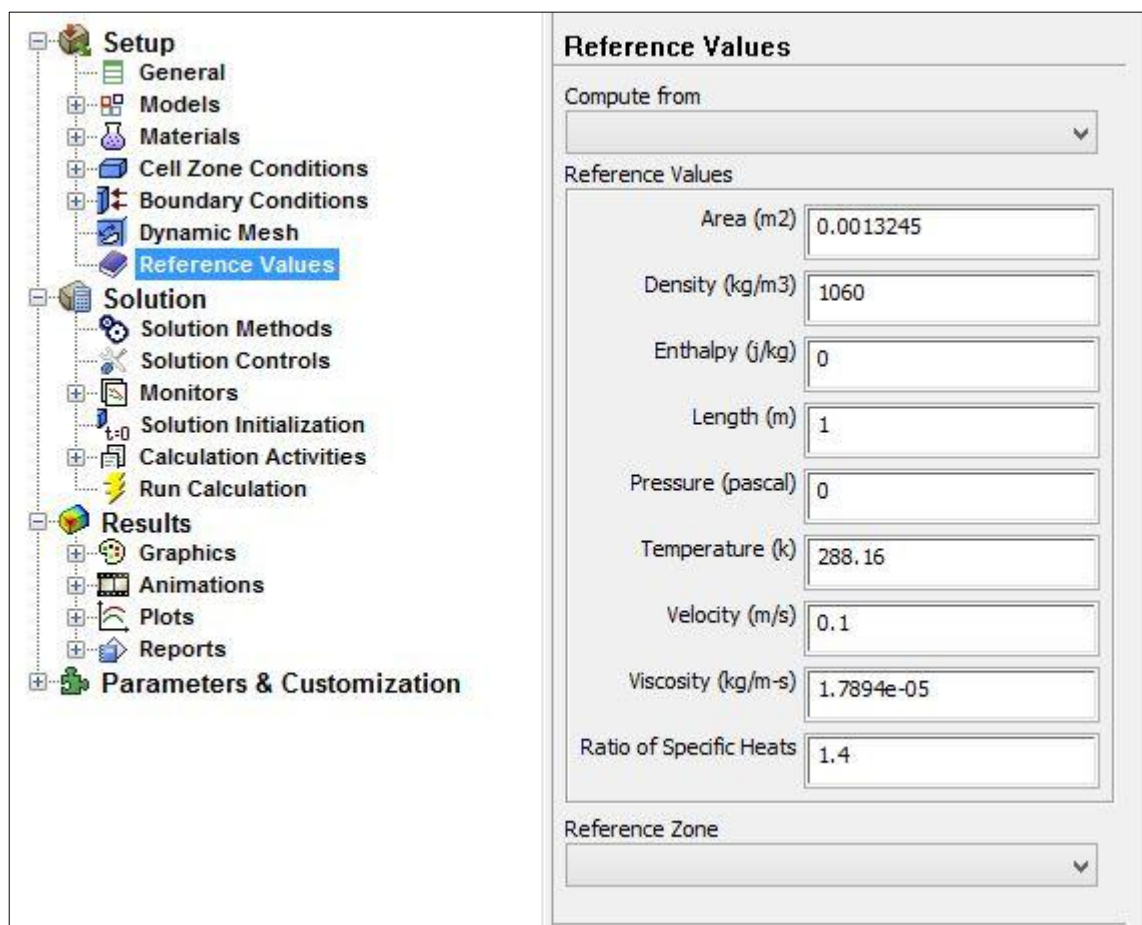


Рис.2.13. Справочные значения.

**Шаг 4.** Решатель Fluent-Solver представляет собой графический интерфейс пользователя, задающий параметры для вычислений: управление процессом решения Fluent-Solver в интерактивном режиме, определение входные данные файла решателя, контроль процесс решения задачи, установление решатель для проведения параллельных вычислений. В «Solution Initialization» выбрать “Hybrid Initialisation” и нажать кнопку «Initialize», чтобы установить начальное состояние задачи. В «Calculation Activities» можно настроить экспорт данных по ходу решения задачи, выбрать интересующие параметры для вывода, указать директорию для записи (рис.2.14). В «Run Calculation» можно выбрать типы шага, задать размер и число шагов. Для того чтобы запустить решение нужно нажать кнопку «Calculate». В рассматриваемой системе установим следующие параметры: Time Step Size = 0.01 ; Number of time steps = 50 ; Max Iterations/time step =



200. В результате вычислений имеем график изменения скорости, причем наблюдается постепенная сходимость с увеличением числа итераций, на основании чего можно сделать вывод о стабилизации скорости (рис.2.15). Полученные данные можно экспортировать в постпроцессор “CFD-Post”.

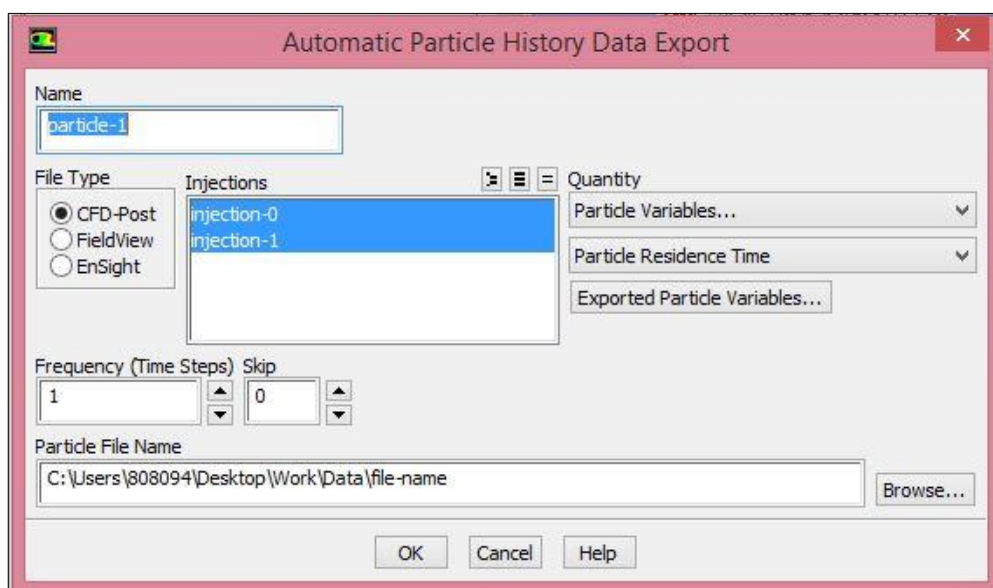
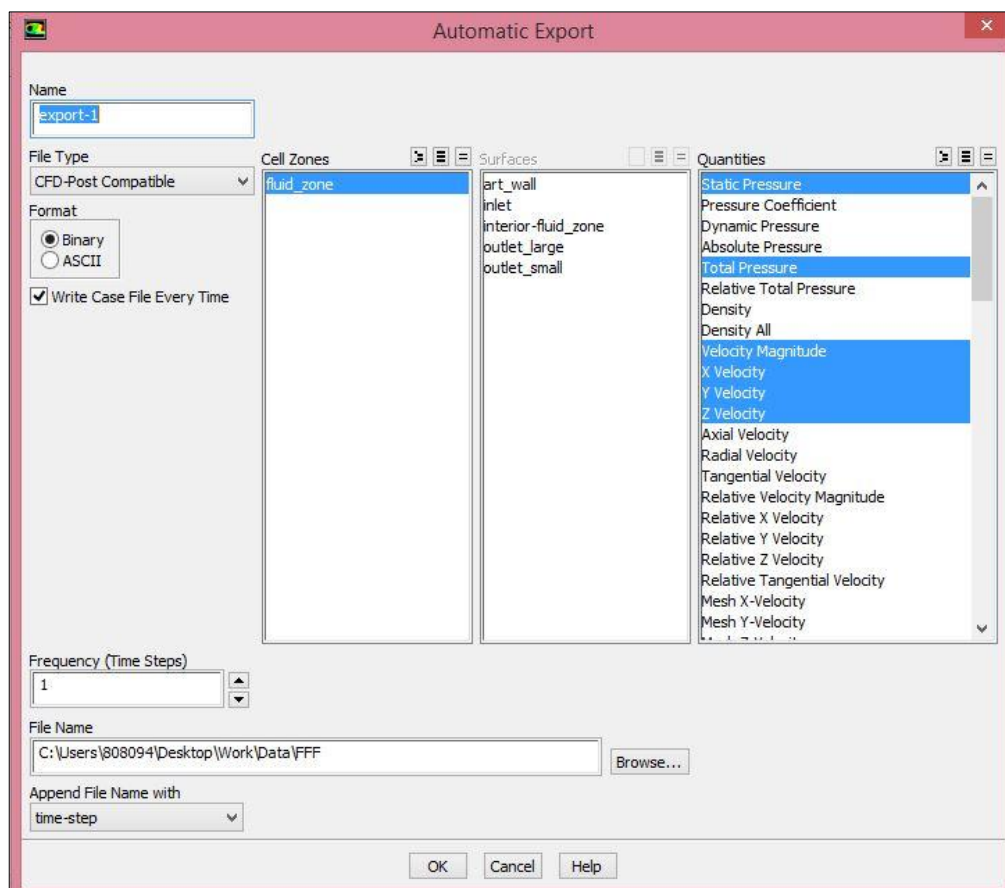


Рис.2.14. Задание параметров и пути для экспортируемых значений.



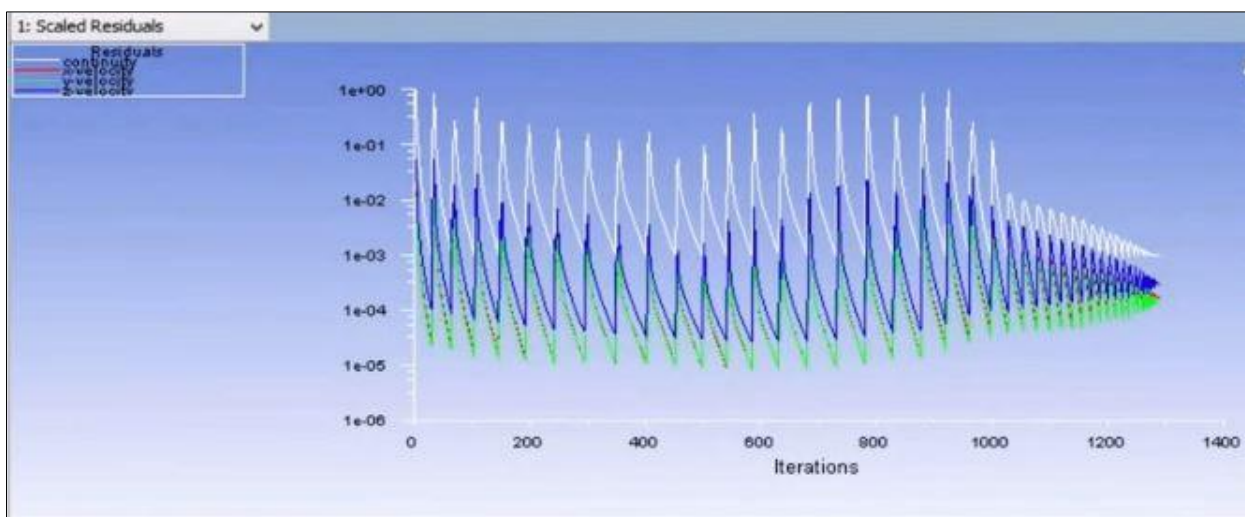


Рис.2.15. График результата вычислений.

**Шаг 6.** Постобработка. ANSYS CFD-Post – это программа, которая предназначена для анализа, представления и визуализации результатов, полученных с помощью Fluent-Solver в ходе решения задачи. Для этого используются следующие средства:

- визуализация геометрии и исследуемых областей (рис.2.16, рис. 2.19);
- векторные графики для визуализации направления и величины потоков (рис.2.17, рис.2.18, рис.2.19).

Графики, изображения и видео, полученные в результате анализа решения задачи можно сохранить в виде отдельных файлов.

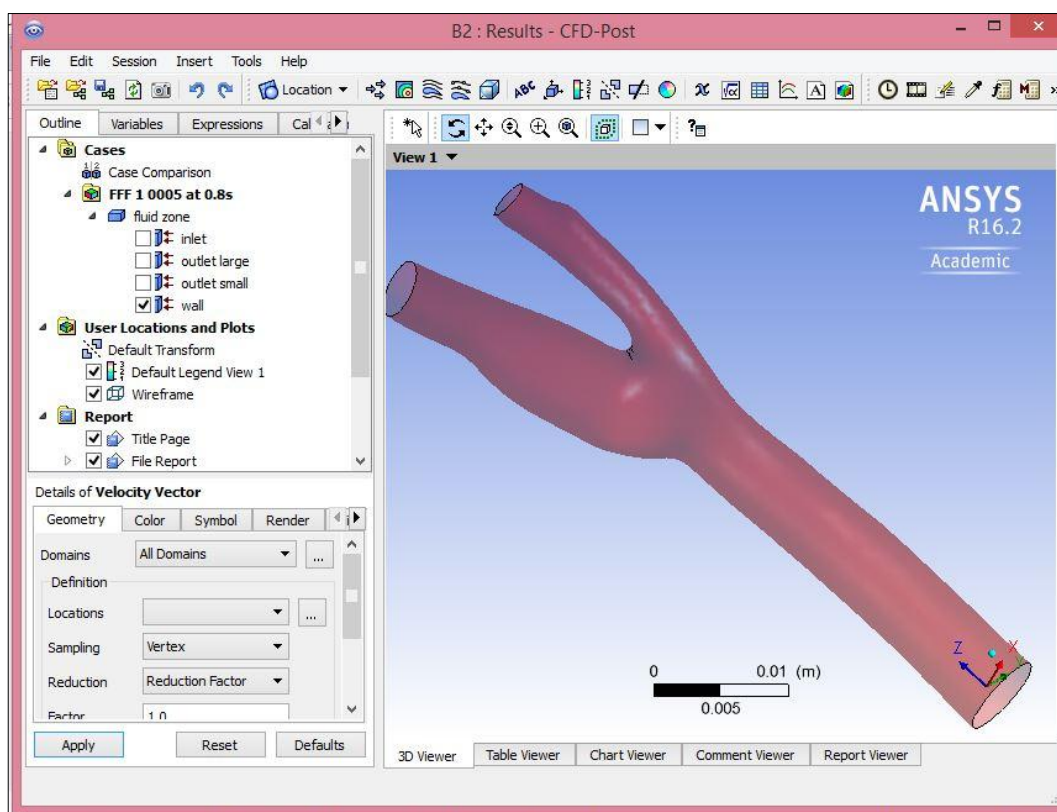


Рис. 2.16. Визуализация стенок сосуда в CFD-Post.

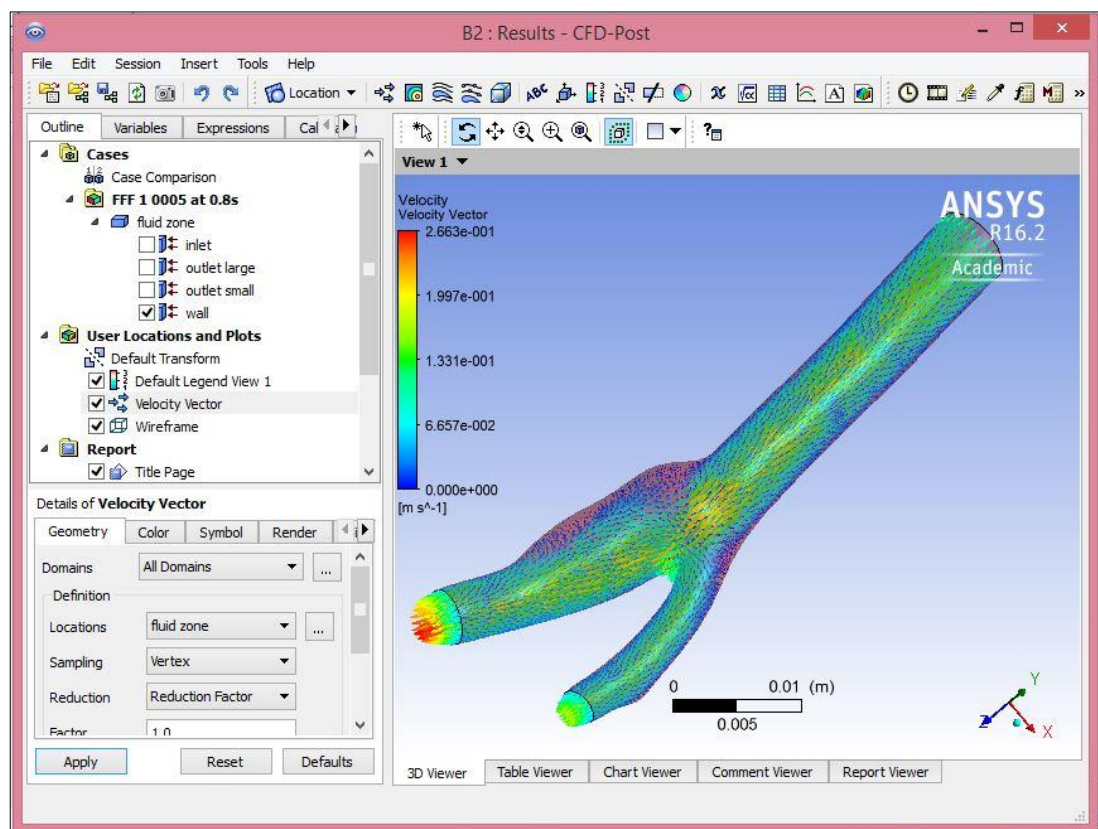


Рис.2.17. График векторов скорости.

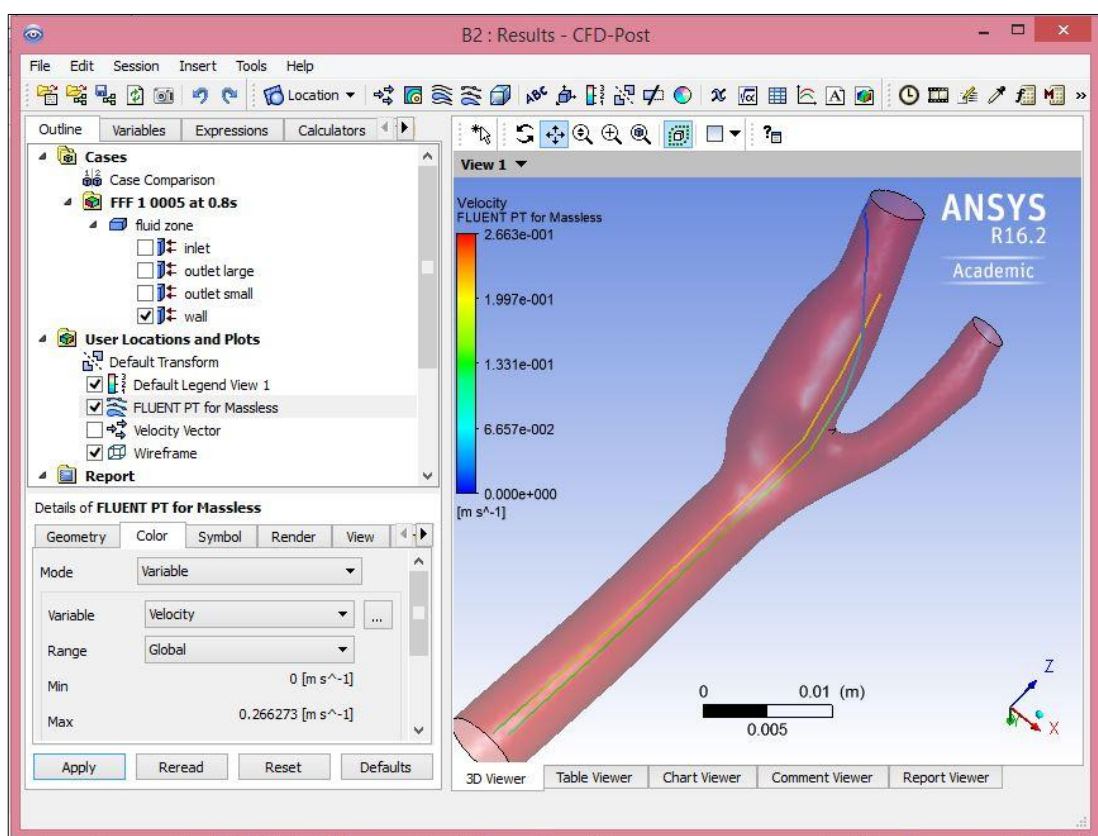


Рис.2.18. График отображает пути движения частиц.

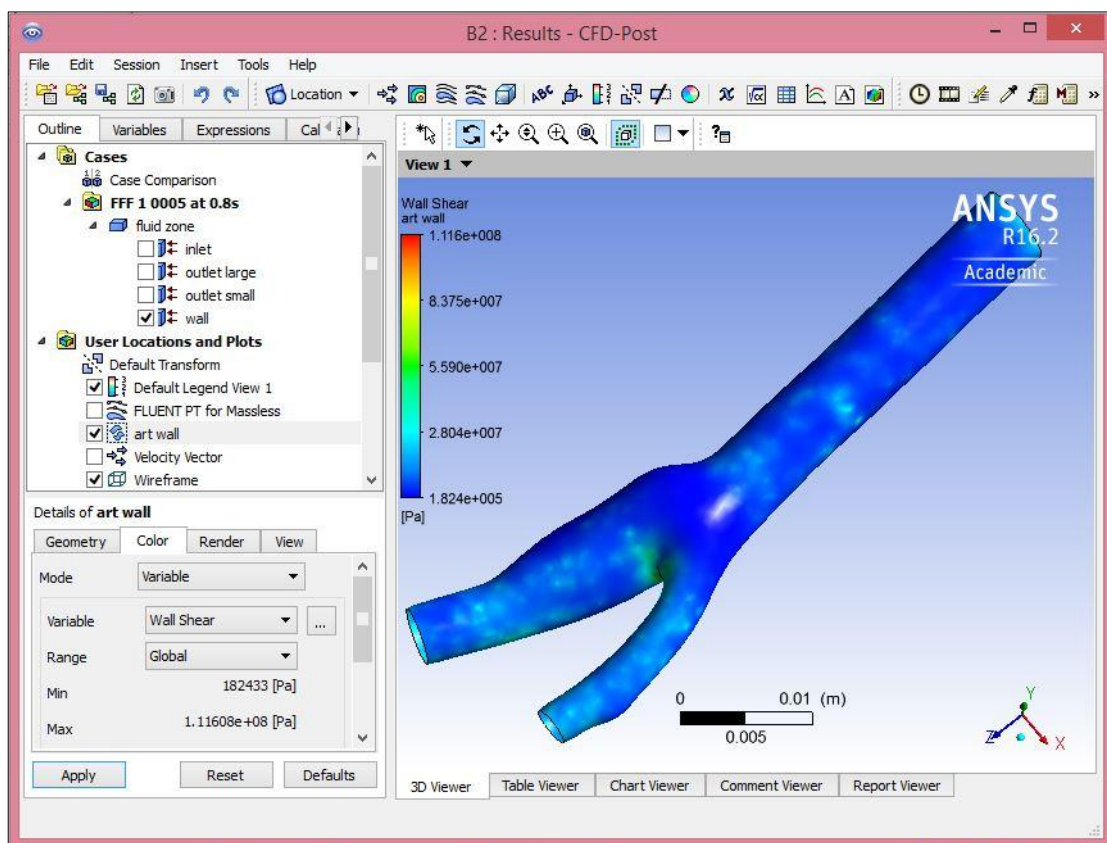


Рис.2.19. График сдвига стенки на артериальной стенке.

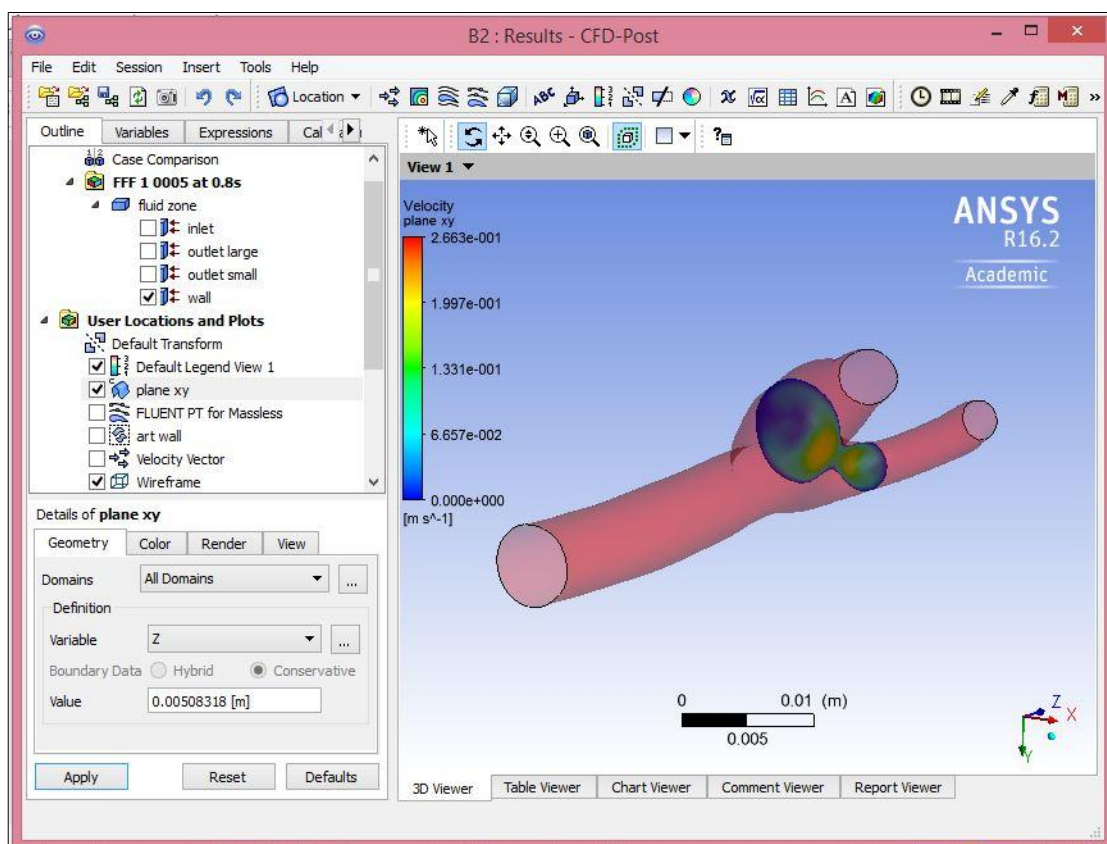


Рис.2.20. График развертки для профиля скорости в отделе разветвления сосуда.



**Шаг 7.** Анализ и проверка результатов. Необходимо проверить сохранение массы и граничных условий на входе. В разделе Reports -> Fluxes можно вычислить массовый расход, объем которого должен быть равным нулю или очень малым. В рассматриваемом случае (рис.2.21) массовый поток равен 0.0003732131 (кг/с), что достаточно близко к нулю, а следовательно условия сохранения массы выполнено.

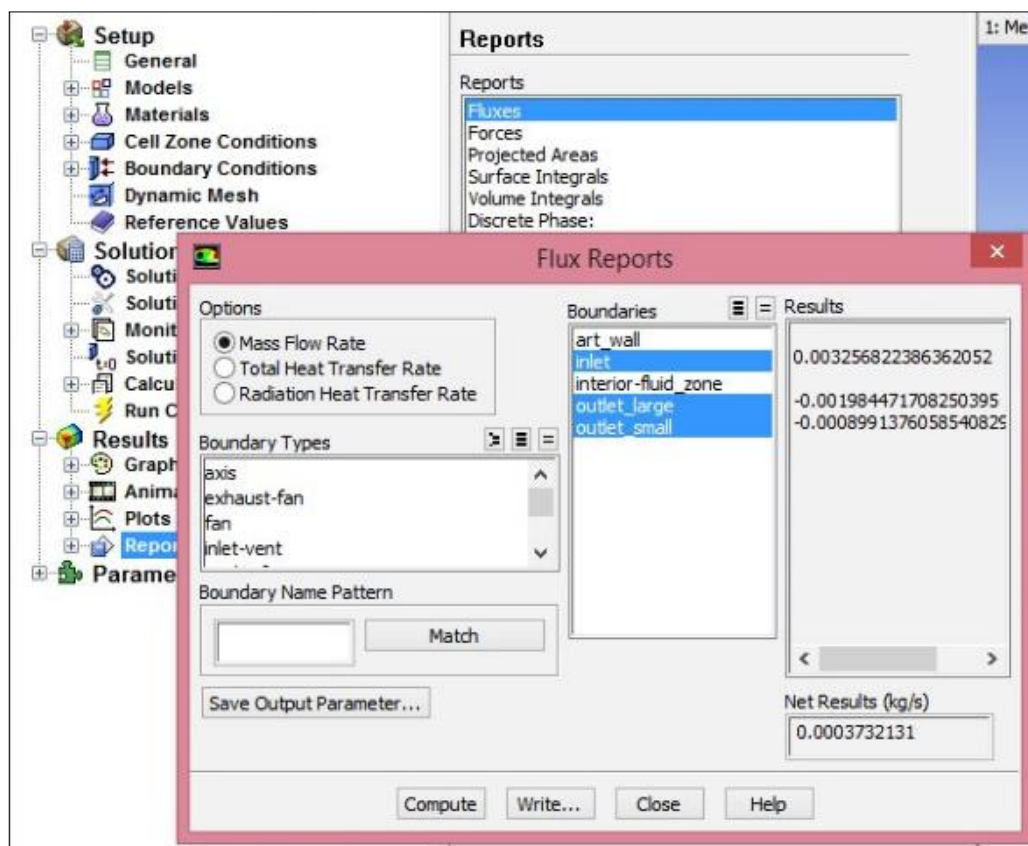


Рис.2.21. Вычисление массового расхода.

Профиль скорости, построенной во время расчета, соответствует математической функции для скорости, заданной на входе (рис.2.22).

Исследуем влияние ошибки усечения, вызванной пространственной и временной дискретизацией. Для этого необходимо рассмотреть результаты на более мелкой сетке (количество клеток в сетке увеличить с 145082 до 217475) и при меньшем времени шагов (уменьшить с 0,01с до 0,005с), а затем сравнить с результатом первоначального расчета. Рассмотрим на примере функции распределения сдвига стенки. Визуально ситуация идентична во всех трех случаях. Для математического сравнения с помощью “Function Calculator” вычисляем максимальное давление на стенке сосуда. Разница минимальна и позволяет сделать заключение об устойчивости метода построения.

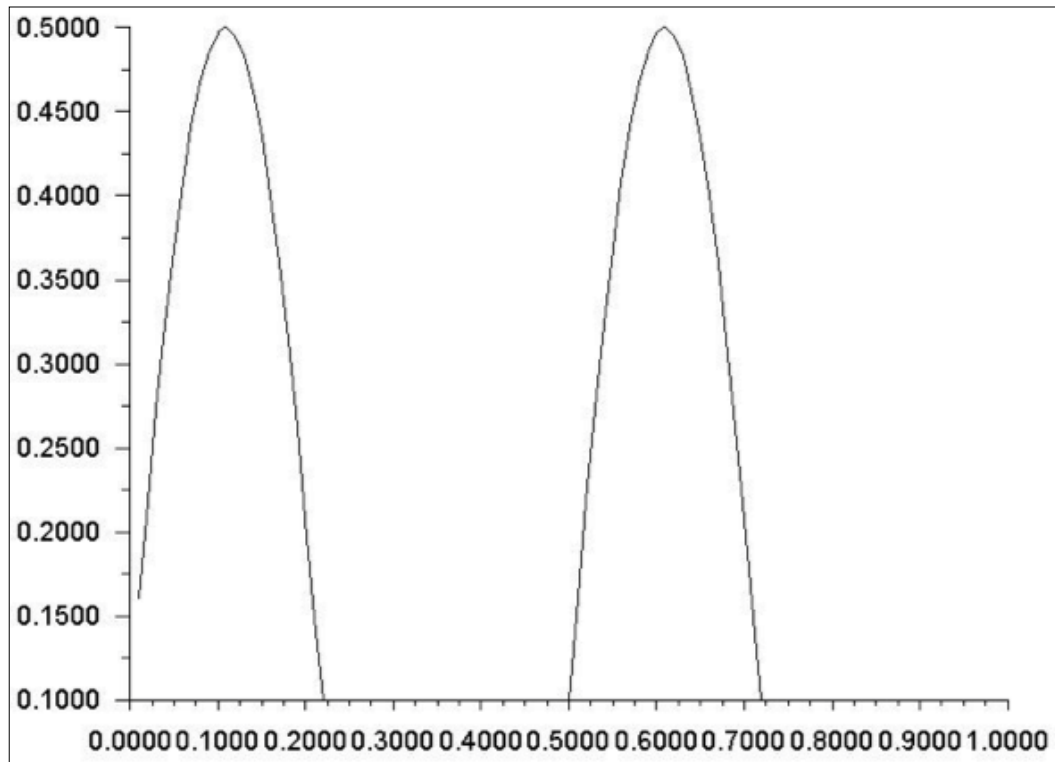


Рис.2.22. График профиля скорости.

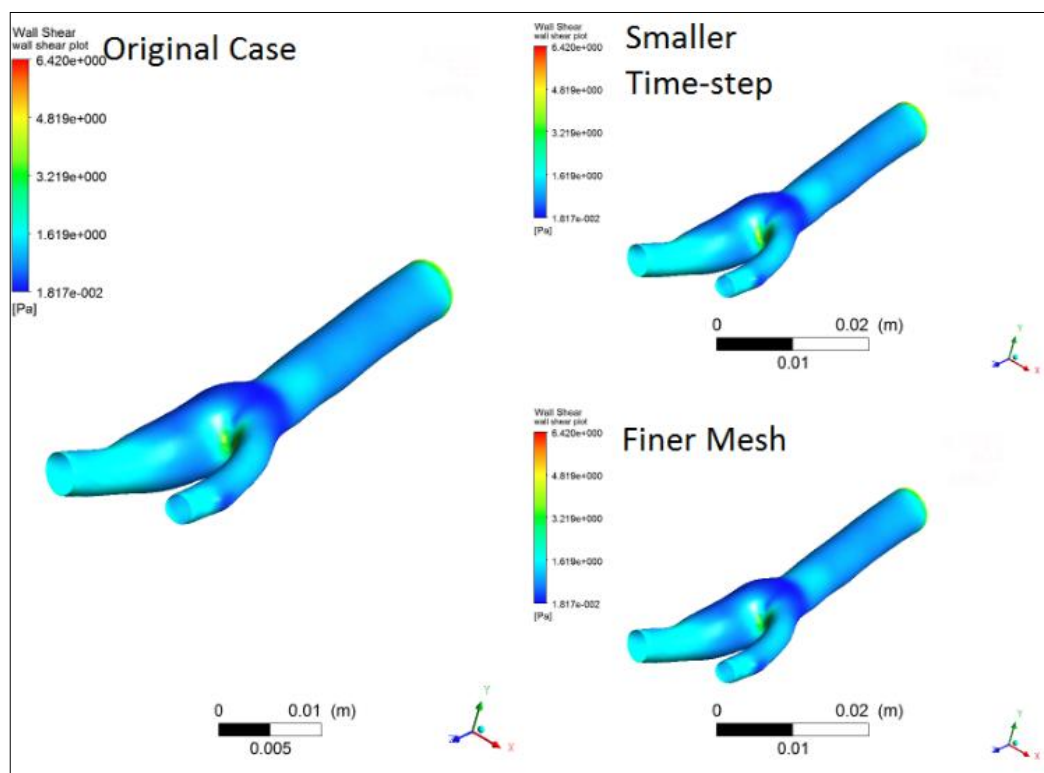


Рис.2.23. Визуальное сравнение результатов на трех наборах вычислительных параметров.

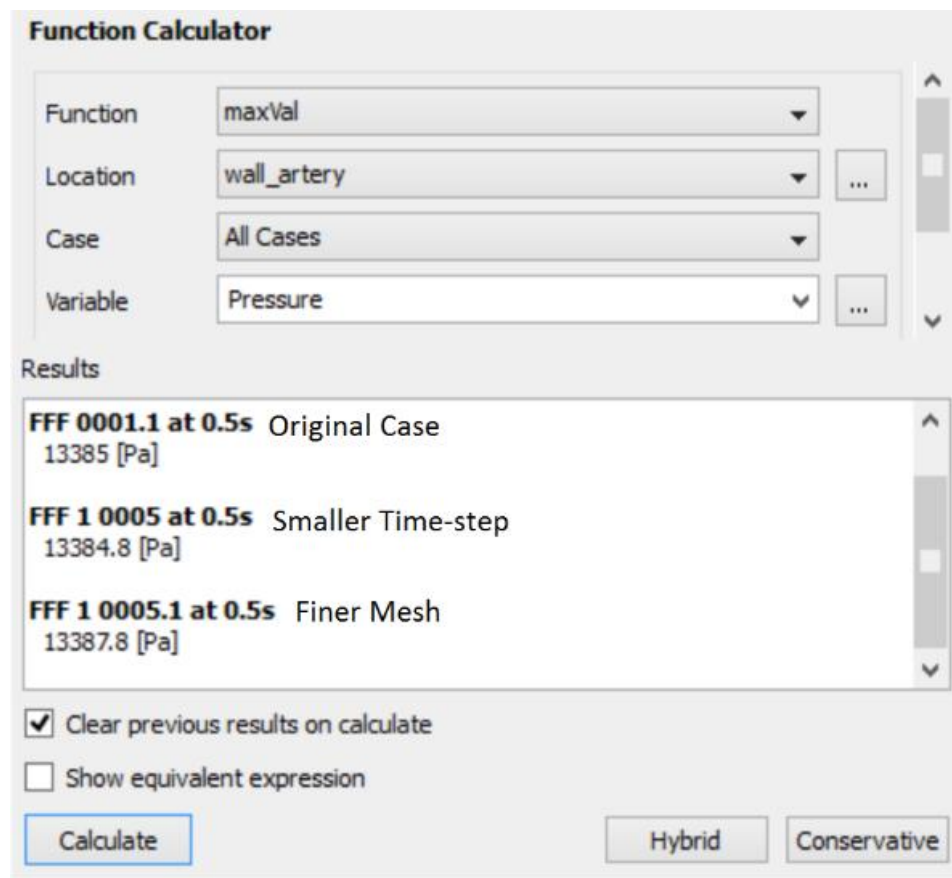


Рис.2.24. Математическое сравнение результатов на трех наборах вычислительных параметров.

## Выводы

Данная работа направлена на улучшение понимания гемодинамики в крупных кровеносных сосудах и исследование влияния различных факторов на структуру течения. В процессе 3D моделирования течения крови в сосуде с бифуркацией было учтено множество физических свойств исследуемой задачи, таких как свойства неньютоновской жидкости и пульсации потока. Однако, для более реального моделирования необходимо также учитывать эластичность стенок сосудов. Это может быть осуществлено посредством объединения решений FEA и CFD моделирования в ANSYS Workbench. Также неплохо провести сравнение результатов моделирования с результатами полученными экспериментально. В данном случае не имеется экспериментальной базы данных для заданной геометрии.

## Заключение

В результате работы было проведено исследование основных гемодинамических параметров и представлена иерархия математических моделей гемодинамики.

Изучены теоретические аспекты представления крови как неньютоновской жидкости. Рассмотрены уравнения сохранения массы и движения, а так же описан метод конечных объемов.

Проанализированы возможности компьютерного моделирования посредством использования специальных программных комплексов и аргументирован выбор программы ANSYS.

Продемонстрированы этапы и особенности разработки имитационной модели в предпочтенной программной среде, результаты расчетов и полученные графики.

Проведены исследования влияния ошибки усечения, вызванной пространственной и временной дискретизацией, и верификация полученных результатов. Недостатком разработанной модели является то, что стенки сосуда вводятся как жесткие и не учитывается их эластичность. В выводах предложены пути дальнейшего развития построенной модели с помощью средств программного комплекса ANSYS а именно посредством объединения решений конечно-элементного анализа (FEA) и вычислительной гидродинамики (CFD).



## Список литературы

1. Абакумов М.В., Гаврилюк К.В., Есикова Н.Б. и др. Математическая модель гемодинамики сердечно-сосудистой системы. Дифференциальные уравнения, 1997, 33(7), с.892-898
2. Антонов В.Ф., Пасечник В.И., Черныш А.М., и др. Биофизика. М.: Гуманит. изд. цент ВЛАДОС, 1999. — 288 с.
3. Воларович М.П. Работы Пуазейля о течении жидкости в трубах (К столетию со времени опубликования). Известия Академии наук СССР. Серия физическая. 1947 – 19 с.
4. Жидков А.В. Применение системы ANSYS к решению задач геометрического и конечно-элементного моделирования. Уч. - метод. материал. Нижний Новгород, 2006 — 115 с.
5. Зайцев Д.К., Смирнов Е.М. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии. Научн.тех. ведомости 2'2004 – 22с.
6. Каро К., Педли Т., Штотер Р., Сид У. Механика кровообращения. – М.: Мир, 1981.
7. Кошелев В. Б., Мухин С. И., Соснин Н. В., Фаворский А. П. Математические модели квази-одномерной гемодинамики: Методическое пособие.- М.МАКС Пресс, 2010. – 114 с.
8. Солодков А.С., Сологуб Е.Б. Физиология человека. Общая. Спортивная. Возрастная. 2-е изд., испр. и доп. - М.: 2005. - 528 с.
9. Фаустов Е.В., Федорова В.Н. Медицинская и биологическая физика. Курс лекций с задачами : учеб. пособие - 2008. - 592 с.
10. Фундаментальная и клиническая физиология / Под ред. А. Камкина и А. Каменского-М.: Academia, 2004 — 1080 с
11. Avanzolini G., Barbini P., Cappello A. and Cevenini G. CADCS simulation of the closed-loop cardiovascular system // International Journal of Biomedical Computations, 1988, №22, p.39-49
12. Formaggia L., Nobile F., Quarteroni A., Veneziani A.. Multiscale modelling of the circulatory system: a preliminary analysis // Computing and Visualization in Science, 1999, №2, p.75-83.
13. Siebert, Mark W. & Fodor, Petru S. Newtonian and Non-Newtonian Blood Flow over a Backward- Facing Step – A Case Study. Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2009 Boston 2009. – 5с.
14. Suter S.P., Skalak R. The history of Poiseuille's law // Annual review of fluid mechanics. — 1993. — Т. 25. — С. 1–19.
15. Электронный обучающий курс “Медицинская и биологическая физика” [http://students.rsmu.ru/COURSES/course164/index.htm#\\_forbid\\_data\\_loading](http://students.rsmu.ru/COURSES/course164/index.htm#_forbid_data_loading)

16. ANSYS <http://www.ansys.com/>
17. ANSYS FLUENT TUTORIAL  
[http://www.ansys.fem.ir/ansys\\_fluent\\_tutorial.pdf](http://www.ansys.fem.ir/ansys_fluent_tutorial.pdf)
18. Mortality statistics  
[http://www.zdorovieinfo.ru/exclusive/ot\\_chego\\_umiraet\\_rossiya/](http://www.zdorovieinfo.ru/exclusive/ot_chego_umiraet_rossiya/)
19. Physiology [http://edu.grsu.by/physiology/?page\\_id=139](http://edu.grsu.by/physiology/?page_id=139)

## Приложение

UDFs для времени указанной скорости, зависящей от профиля граничного условия.

```
#include "udf.h"//файл содержит определения для определенных функций и операций.
```

```
#define PI 3.141592654
```

```
DEFINE_PROFILE(inlet_velocity,th,i)
```

```
{
```

```
    face_t f;
```

```
    begin_f_loop(f,th)
```

```
        // t локальное время каждого заданного периода
```

```
        double t = (CURRENT_TIME*2-floor(CURRENT_TIME*2))/2;
```

```
        {
```

```
            if(t <= 0.218)
```

```
                F_PROFILE(f,th,i) = 0.5*sin(4*PI*(t+0.0160236));
```

```
            else
```

```
                F_PROFILE(f,th,i) = 0.1;
```

```
        }
```

```
    end_f_loop(f,th);
```

```
}
```